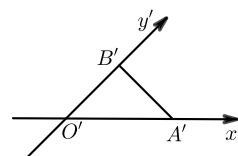


2018~2019学年天津和平区天津市耀华中学高一下学期期中数学试卷

一、选择题（本大题共12小题，每小题4分，共48分）

1. 如图，已知 $\triangle OAB$ 的直观图 $\triangle O'A'B'$ 是一个直角边长是1的等腰直角三角形，那么 $\triangle OAB$ 的面积是（ ）.



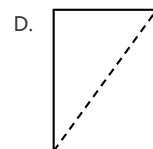
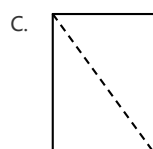
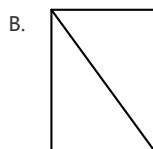
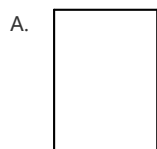
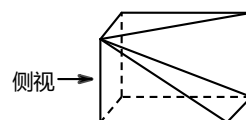
A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. 1

D. $\sqrt{2}$

2. 将长方体截去一个四棱锥，得到的几何体如图所示，则该几何体的侧视图为（ ）.



3. 直线 $l_1: x + ay + 2 = 0$ 与 $l_2: x + 3y + a - 2 = 0$ 平行，则 a 的值等于（ ）.

A. -1或3

B. 1

C. 3

D. -1

4. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $AB = \sqrt{13}$ ， $BC = 3$ ， $\angle C = 120^\circ$ ，则 $AC =$ （ ）.

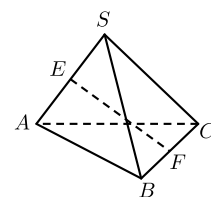
A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

5. 如图，在三棱锥 $S-ABC$ 中， $SC = AB = 2$ ， E 、 F 分别是 SA 、 BC 的中点，且满足 $EF = \sqrt{3}$ ，则异面直线 SC 与 AB 所成的角等于（ ）.



A. 60°

B. 120°

C. 120° 或者 60°

D. 30°

6. 在 $\triangle ABC$ 中， $b^2 - bc - 2c^2 = 0$ ， $a = \sqrt{6}$ ， $\cos A = \frac{7}{8}$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为（ ）.

A. 2

B. 3

C. $\frac{\sqrt{15}}{2}$

D. $\sqrt{15}$

7. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB = BC = 2$ ， $AA_1 = 1$ ，则 AB_1 与平面 ABC_1D_1 所成角的正弦值为（ ）.

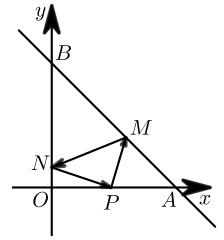
A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

D. $\frac{1}{2}$

8. 如图, 已知 $A(4, 0)$ 、 $B(0, 4)$, 从点 $P(2, 0)$ 射出的光线经直线 AB 反射后再射到直线 OB 上, 最后经直线 OB 反射后又回到 P 点, 则光线所经过的路程是 () .



- A. $2\sqrt{5}$ B. $3\sqrt{3}$ C. 6 D. $2\sqrt{10}$

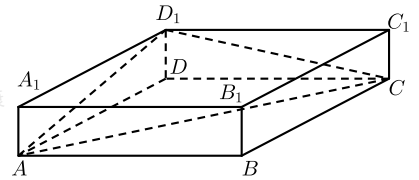
9. 设 a, m, n 是三条不同的直线, α, β 是两个不重合的平面, 给定下列命题:

$$\textcircled{1} \left. \begin{matrix} m \perp \alpha \\ n \perp m \end{matrix} \right\} \Rightarrow n // \alpha; \textcircled{2} \left. \begin{matrix} a \perp m, a \perp n \\ m, n \subset \alpha \end{matrix} \right\} \Rightarrow a \perp \alpha; \textcircled{3} \left. \begin{matrix} m \perp \alpha \\ m \perp \beta \end{matrix} \right\} \Rightarrow \alpha // \beta; \textcircled{4} \left. \begin{matrix} n \subset \beta \\ \alpha // \beta \end{matrix} \right\} \Rightarrow m // n; \textcircled{5} \left. \begin{matrix} a \perp \alpha \\ a \subset \beta \end{matrix} \right\} \Rightarrow \alpha \perp \beta; \textcircled{6} \left. \begin{matrix} m // \alpha \\ n \perp \beta \end{matrix} \right\} \Rightarrow m \perp n.$$

其中为真命题的个数为 () .

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

10. 如图, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = 1$, $AD = 3$, $AB = 4$, 则点 B 到平面 D_1AC 的距离为 () .

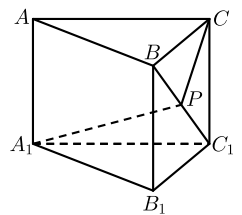


- A. $\frac{5\sqrt{29}}{29}$ B. $\frac{12}{13}$ C. $\frac{3\sqrt{29}}{29}$ D. $\frac{2}{5}$

11. 已知在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为内角 A, B, C 的对边, $\angle A = 60^\circ$, $a = 2$, 则 $\triangle ABC$ 周长的取值范围是 () .

- A. $(0, 6)$ B. $[4, 2\sqrt{2} + 2]$ C. $(4, 6]$ D. $[4, 2\sqrt{2} + 2]$

12. 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 底面为直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 4$, $BC = CC_1 = \sqrt{2}$, 点 P 是线段 BC_1 上一动点, 则 $CP + PA_1$ 的最小值是 () .

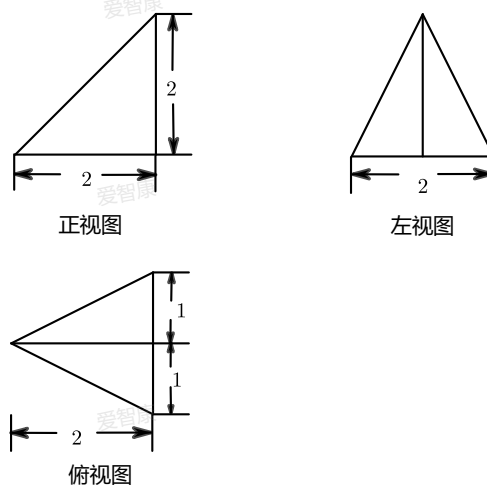


- A. $\sqrt{26}$ B. $5\sqrt{2}$ C. $\sqrt{37} + 1$ D. $6 + \sqrt{2}$

二、填空题 (本大题共6小题, 每小题4分, 共24分)

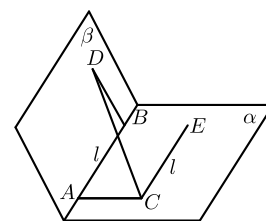
13. 已知直线 $l_1: mx + 3y = 2 - m$, $l_2: x + (m + 2)y = 1$, 若 $l_1 \perp l_2$, 则实数 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知某个几何体的三视图如图所示，根据图中标出的尺寸（单位：cm），则这个几何体的体积是 _____ cm^3 .

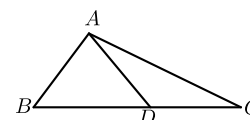


15. 过点 $P(2, 1)$ ，且在两轴上的截距相等的直线方程为 _____ .

16. 如图，二面角 $\alpha - l - \beta$ 等于 120° ， A 、 B 是棱 l 上两点， AC 、 BD 分别在半平面 α 、 β 内， $AC \perp l$ ， $BD \perp l$ ，且 $AB = AC = BD = 1$ ，则 CD 的长等于 _____ .



17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是边 BC 上一点， $AB = AD = \frac{\sqrt{2}}{2} AC$ ， $\cos \angle BAD = \frac{1}{3}$ ，则 $\sin C =$ _____ .



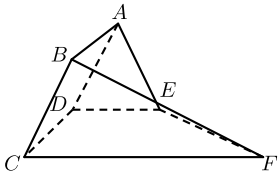
18. 已知点 A 是以 BC 为直径的圆 O 上异于 B 、 C 的动点， P 为平面 ABC 外一点，且平面 $PBC \perp$ 平面 ABC ， $BC = 3$ ， $PB = 2\sqrt{2}$ ， $PC = \sqrt{5}$ ，则三棱锥 $P - ABC$ 外接球的表面积为 _____ .

三、解答题（本大题共6小题，共70分）

19. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，且满足 $a \sin B = \sqrt{3}b \cos A$.

- (1) 求 A .
- (2) 若 $a = \sqrt{7}, b = 2$ 求 $\triangle ABC$ 的面积.

20. 如图，矩形 $ABCD$ 所在的半平面和直角梯形 $CDEF$ 所在的半平面成 60° 的二面角， $DE \parallel CF, CD \perp DE, AD = 2, EF = 3\sqrt{2}, CF = 6, \angle CFE = 45^\circ$.



- (1) 求证：平面 $CDEF \perp$ 平面 BCF .
- (2) 试问在线段 CF 上是否存在一点 G ，使锐二面角 $B - EG - D$ 的余弦值为 $\frac{1}{4}$ ，若存在，请求出 CG 的值；若不存在，请说明理由.